

## 膜结构的形状确定与建筑功能要求

武岳

(哈尔滨工业大学)

胥传喜

(RIGHT TECH(S) PTE LTD)

**提要** 形状确定是膜结构设计的第一步，也是决定一个膜结构设计是否成功的关键。文章首先探讨了膜结构中“形”与“力”的关系，然后对四种基本膜结构构形的曲面构成和力学特点进行了剖析；在此基础上介绍了形状确定的基本原则及主要方法。最后介绍了设计膜结构时在排水、防火与防雷、采光、隔音、隔热与保温等建筑功能方面应考虑的内容及一些做法。

**关键词：**膜结构 找形 初始预张力 建筑功能

## Form-finding and Architectural Requirement of Membrane Structure

Wu Yue

(Harbin Institute of Technology)

Xu Chuanxi

(RIGHT TECH(S) PTE LTD)

**Abstract** Form-finding is the first step in membrane design, which is paramount for the structural performance of a membrane structure. To understand the principle of form-finding, there are four questions being discussed, that are the relationship of form and pretension, four basic types of membrane structures, some rules for form-finding and numerical methods. Moreover, this paper also introduces some architectural requirements which should be considered during form-finding stage, such as drainage, fire, lighting, acoustics, thermal insulation, and so on.

**Key words** membrane structures, form-finding, pretension, architectural function

### 1. 膜结构的形与力

作为膜结构的主要构件，索和膜均不能抗弯和抗压，结构体系必须依靠曲面的张力维持其形状并抵抗外荷载。膜结构外形设计就是确定满足设计要求的平衡曲面和与此曲面对应的预张力值，也就是说，外形设计同时也是内力设计。这一过程，称之为“找形”(form-finding)。

#### 1. 互反曲面的必要性

在几何上，根据曲面在两主曲率方向的曲率乘积，可将曲面分为正高斯曲面、零高斯曲面和负高斯曲面三大类(如图1所示)。正高斯曲面的两个主曲率半径均位于曲面的同侧，如球面；这类曲面也称为同向曲面(synclastic surface)。零高斯曲面在两主曲率方向中有一个方向的曲率为零，如柱面。负高斯曲面的两主曲率半径分别位于曲面的两侧，如鞍面；这类曲面也称为互反曲面(anticlastic surface)。前两类曲面较多应用于类似网壳结构那样的刚性结构中，而互反曲面则是索网结构和膜结构中常用的曲面形式。

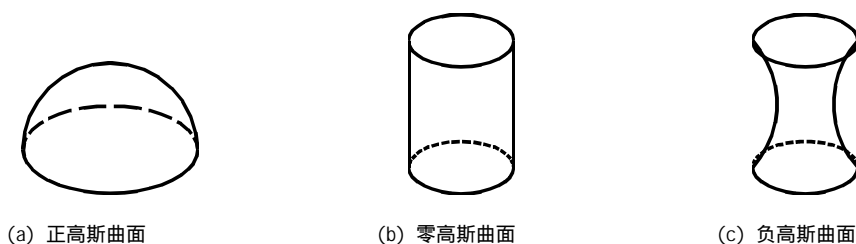


图 1 曲面分类示意图

为什么膜结构的曲面必须是互反曲面呢？设想有一空间点 A，要维持该点的平衡，对于杆系结构至少需要三根杆件，如图 2a 所示；对于索结构，由于索不能受压，所以至少需要连接四根索段，而且其中两根索段要向上弯，以承受向下的节点力；另两根索段向下弯，以承受向上的节点力，如图 2b 所示。以此类推，索网结构中每一节点均需要满足上述条件，则必然形成互反曲面，如图 2c 所示。膜结构的曲面形成原理与索网结构类似。可见互反曲面是维持索、膜结构稳定性的基本要素。

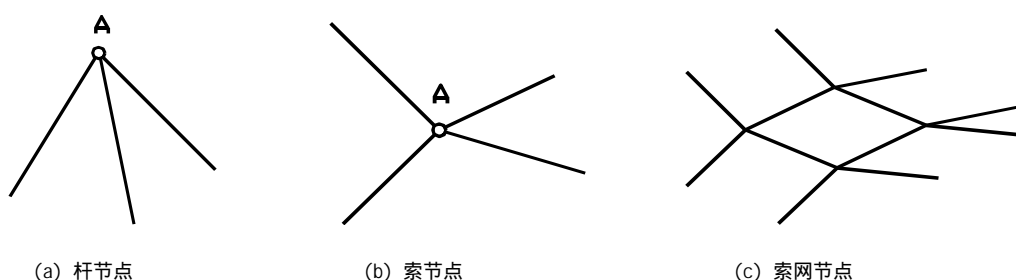


图 2 空间节点的平衡与稳定

## 2. 预张力的作用

对于膜结构，要保证结构的稳定，除了要具备空间曲面形状外，预张力也是不可缺少的要素。预张力对膜结构的作用可以概括为以下两个方面（这里为了叙述方便，仍以索结构为例）：

### (1) 增加结构的刚度

设想有一根在两端固定的紧索，索中预张力为零；当在索跨中施加向下的集中力  $P$  后，由于下半段索松弛退出工作，故力  $P$  完全由上半段索承担，其索力为  $P$ ，相应的伸长量为  $\Delta$ （如图 3a 所示）。当索中存在预张力  $PS$  时，上下两段索均会参与工作，此时上半段索力变为  $PS+P/2$ ，下半段索力变为  $PS-P/2$ ，相应的伸长量也变为  $\Delta/2$ （如图 3b 所示）。图 3c 给出了结构在无预张力（直线 A）和有预张力（折线 BCD）两种情况下的荷载-位移曲线，其中 C 点对应下半段索的张力降低为零的时刻。

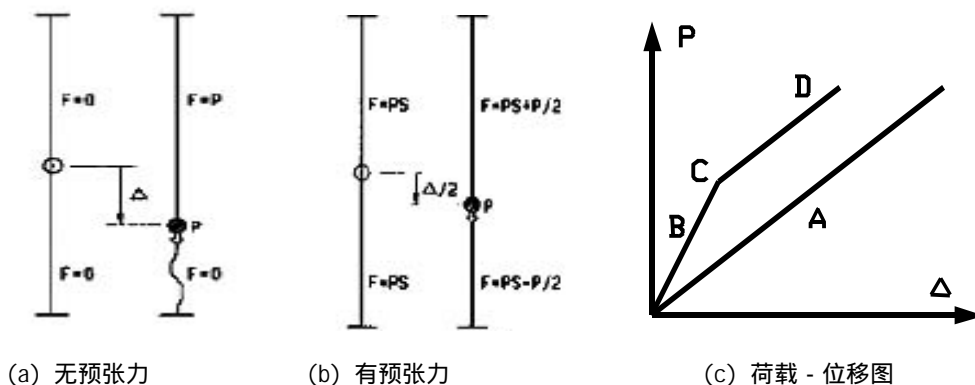


图 3 预张力的作用示意图

### (2) 维持结构的稳定

仍以图 2b 为例，当 A 点作用向下的外力后，向上弯的两根索段中的内力会增加，向下弯的两根索段中的内力会减小；由于索不能受压，当索中无预张力时，向下弯的两根索段就会松弛退出工作，这样节点 A 将失去侧向约束；如果索中存在预张力，在向下的外力作用下，向下弯的两根索段内力会减小但仍维持张力状态，从而保证节点的约束充分，维持其稳定。

## 2. 膜结构的典型形状

膜结构的形态是多种多样的。从其基本构成来看，绝大多数是由鞍形、伞形、拱支式和脊谷式这四种基本形状演变而来的。深入剖析这四种典型结构形式的曲面构成和力学特点，有助于增进对膜结构中形与力的认识。

### 1. 鞍形 (saddle shape)

鞍形曲面由四个不共面的角点和连接角点的边缘构件围合而成，是典型的互反曲面形式（如图 4a 所示）。在这四个角点中，通常有两个对角点为高点(HP)，另两个为低点(LP)。鞍形膜结构的边缘构件可以是混凝土梁或空间钢桁架，即形成所谓的刚性边界；也可以采用边索，通过对其施加较大的预张力形成柔性边界。由于柔性边界可以较好地适应膜面的变形，避免膜面在安装和受荷过程中出现褶皱，因而较为常用。

对于菱形平面的鞍形膜结构，可定义两对角点间的水平距离  $L$  为跨度，高点（或低点）与跨中点间的高差  $f$  为矢高， $f/L$  为矢跨比（如图 4b 所示）。矢跨比是控制鞍形曲面形状的重要参数。矢跨比越大，膜面曲率越大，结构刚度就越好；通常矢跨比在  $1/8 \sim 1/12$  之间。

鞍形膜结构的适用跨度较小，一般多用于膜结构小品中。

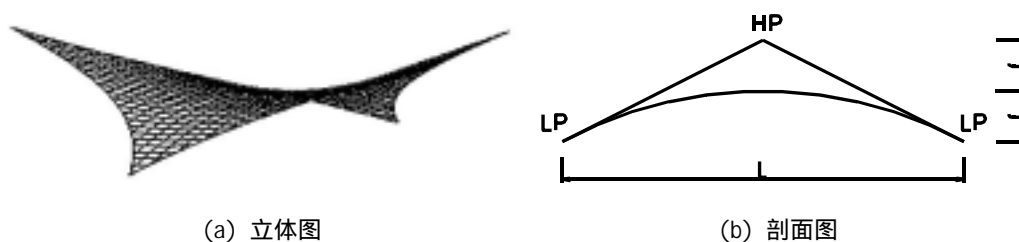


图 4 鞍形膜结构曲面示意图

### 2. 伞形 (conical shape)

伞形膜结构也是常见的张拉膜结构形式之一。这种结构形式的特点在于，膜单元的周边相对位置较低，多固定在刚性边梁或柔性边索上；在膜单元的中部设有一个或多个高点，多通过独立柱、飞柱或悬挂环的支承来实现；整个膜面呈锥形（如图 5 所示）。为了避免在高点附近的膜材内部应力过大，当膜单元跨度较大时，可在高点和边界支承点之间设置脊索，以改变结构内部的传力路径，避免膜材出现应力集中。伞形曲面还可以倒置应用于工程中。

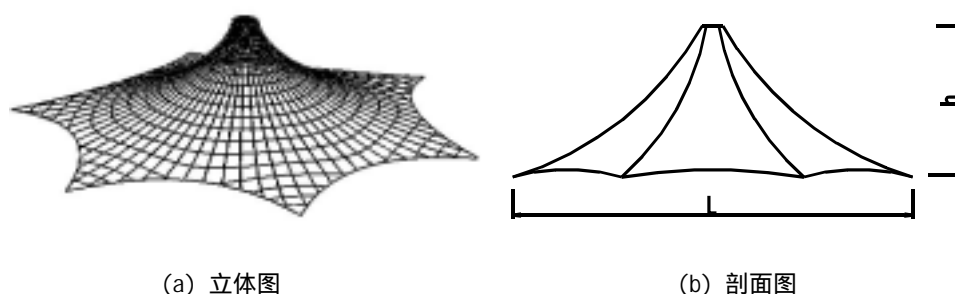


图 5 伞形膜结构曲面示意图

### 3. 拱支式 (arch supported shape)

拱支式膜结构以拱为膜材提供连续的支承点，结构平面多为圆形或近似椭圆形。当跨度较大时，常在中间拱与下部边缘构件之间布置正交索网。拱支式膜结构多用于封闭式建筑中，如加拿大加尔格里的林赛公园

体育中心(Lindsay Park Sports Center)就是典型的拱支式膜结构。

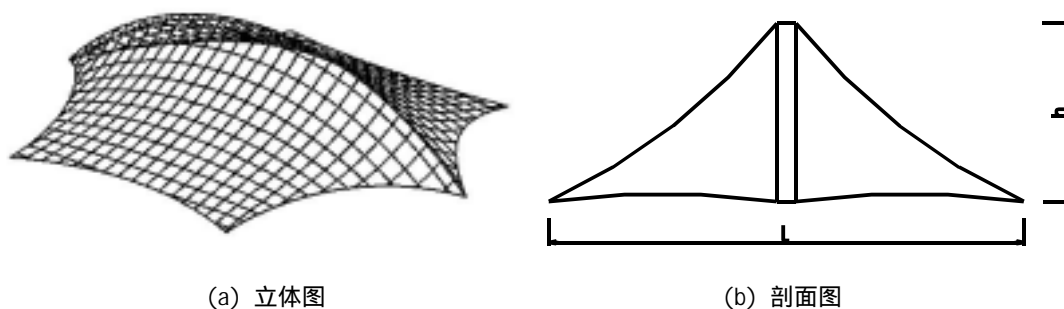


图6 拱支式膜结构曲面示意图

#### 4. 脊谷式 (wave shape)

脊谷式膜结构是在两高点之间布置相互平行的脊索、在两低点之间布置谷索，高低相间，曲面呈波浪形；脊索和谷索之间的膜面形成负高斯曲率曲面。当结构跨度较大或荷载较大时，还可在脊索和谷索之间适当布置一些横向的加强索。脊谷式膜结构的结构平面多呈矩形，如图7所示。美国的丹佛国际机场和加拿大的Canada Place等，都是典型的脊谷式膜建筑。

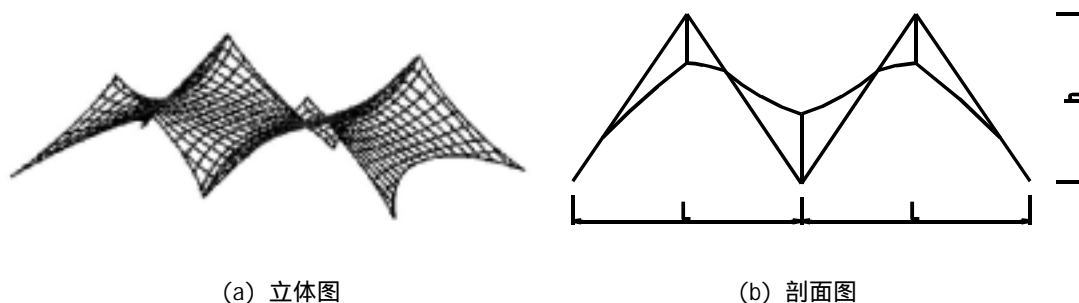


图7 脊谷式膜结构曲面示意图

尽管上述四种基本形式的造型各不相同，但都遵循一个原则，即要通过刚性支承构件或连接件在膜面内形成一系列的高点和低点；这正是互反曲面的基本特征，即互反曲面的边界不会位于同一平面内。把握了这一原则，在实际设计中就可以根据支承构件的形式（桅杆、拱或吊环）及其对膜的支承方式（点支承或线支承），来选取适当的膜结构造型形式。

以上四种基本形式仅仅是为了加深理解所作的一种简单归纳，实际膜结构的形状远非如此简单，甚至可以说是鲜有雷同；即便是这四种基本形式本身也可以有多种多样的变形。在实际设计时，切不可拘泥于其中，而应把握膜结构自然、流畅的精髓，创造出更多的新颖、别致的膜结构作品。

### 3. 膜结构的形状确定

#### 1. 形状确定的概念

形状确定，或者说找形，是膜结构设计的第一步。在这一过程中，需要综合考虑建筑的平面、立面要求和建筑功能以及下部支承条件等因素来确定符合边界条件和力学平衡要求的曲面形状。实际上，膜结构的设计打破了传统的“先建筑，后结构”的设计方式，要求建筑师和结构师在方案建议阶段便紧密结合在一起，共同确定建筑物的外形。

从力学的角度来看，膜结构的找形问题可以归结为求解空间曲面的初始平衡问题。这一问题包含了如下几个重要参数：结构拓扑关系；体力和面力；结构几何形状；几何边界条件；初始预张力的大小和分布。其中，结构拓扑关系是指不同结构构件之间的连接关系，在计算机有限元模型中，也可以将其理解

为结构单元之间的连接关系。体力和面力是指结构自重和外荷载，在找形阶段外荷载通常为零。结构几何形状是找形阶段所要求解的，一般属于未知量。几何边界条件和初始预张力通常由结构工程师根据建筑条件和施工条件等因素来综合确定，是找形阶段的主要自变量。可以说，找形就是寻求以上诸多因素的平衡点。

## 2. 形状确定的一般原则

建筑师在构思张力膜结构的外形时，需注意以下几点：

(1) 曲面的弯曲应在两个方向上互反，即应为负高斯曲面。张力膜结构受风压力和风吸力作用，利用方向互反的曲面，可以使膜面在两个方向上相互制约，有效传递外荷载。

(2) 避免出现大面积的扁平区域。曲面上出现大面积的扁平区域，意味着曲面的自然刚度低，承受竖向荷载的能力弱，容易积水或积雪；为了增加扁平区域曲面的刚度，需要给曲面施加非常大的预应力，这就会导致作用于边界构件上的力很大，甚至无法实施。

(3) 曲面上的高低起伏宜平缓，避免出现“尖角”。曲率变化过于剧烈会导致应力集中。

在结构体系布置方面，应考虑以下基本原则：

(1) 合理确定支承点的位置，以保证膜面具有较大的曲率。沿膜主曲率方向的拱高  $f$  与弦长  $c$  之比  $f/c$  宜大于  $1/20$  (参见图 8)。

(2) 在条件许可的条件下，宜优先选择柔性边缘构件(索)和活动式连接方法(如桅杆顶部采用浮动式帽圈、节点用铰接连接构造)，以适应变形、保证膜内应力尽可能均匀，避免在荷载作用下膜材出现应力集中或褶皱。

(3) 对于比较重要的膜结构，应在膜材之外布置适当数量的附加拉索对主要支承构件进行固定，以保证结构不会因膜材的破损而倒塌。

(4) 支承结构的布置还要考虑具体的施工过程、二次张拉和膜材更换等问题。

(5) 单片膜的跨度不宜超过 15 米，覆盖面积不宜超过 400 米；如果超过此限值，应适当增设加强索。

(6) 预张力的的大小需要预期的形状和设计荷载来确定。在设计荷载的作用下，应保证结构内部具有维持曲面形状的拉应力值。预张力过小会导致结构在风荷载的作用下出现较大的振动；预张力过大又会给支承结构(包括基础)的设计和施工张拉带来困难。通常对于 PVC 膜材，预张力水平为  $1\sim 3$  kN/m；对于 PTFE 膜材，预张力水平为  $3\sim 6$  kN/m。

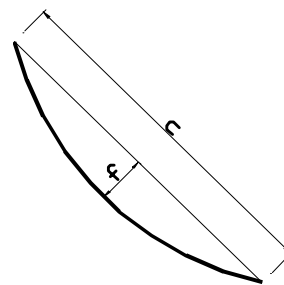


图 8 弦和拱高

## 4. 常用的找形方法

用于索网结构及膜结构找形的方法最早是德国工程师 Frei Otto 提出的物理模型法，包括丝网模型法和皂泡模型法等。所谓丝网模型法就是用钢丝，弹簧等按比例做出物理模型，通过测量来预测实际结构的受力性能；皂泡模型法就是在按比例缩小的实际结构边界上用肥皂泡模拟膜结构，再利用照相技术进行测量。直到上世纪 60 年代末期，物理模型法仍是膜结构分析的主要方法。像 1967 年加拿大蒙特利尔博览会的德国馆 (German Pavilion) 和 1972 年建成的德国慕尼黑奥林匹克体育馆 (The Munich Olympic Stadium)，都是利用物理模型法来进行索网找形的。

自上世纪 70 年代起，随着计算机技术和有限元方法的发展，结构找形的数值方法得到了飞速发展，各种找形方法层出不穷。从目前应用情况来看，得到普遍认可并被广泛应用的主要有力密度法、动力松弛法和非线性有限元法。考虑到当前已有较多文献对这三种方法进行较详细的阐述，本文仅对这些方法的基本原理做概要介绍。

### 1. 力密度法 (Force Density Method)

力密度法是由 Linkwitz、Schek<sup>[1]</sup> 等提出的一种用于索网结构的找形方法，若将膜离散为等代的索网，

该方法也可用于膜结构的找形。由于力密度法只要求给出离散后结构各杆件的几何拓扑关系、力密度值和边界节点坐标，即可建立关于节点坐标的线性方程组，并求得节点的真实坐标，避免了初始坐标录入问题和非线性收敛问题，因此计算速度快，计算精度也能满足工程要求。力密度法在欧洲较为流行，著名的膜结构设计软件 EASY 就是用力密度法找形的。

## 2. 动力松弛法 (Dynamic Relaxation Method)

动力松弛法是一种求解非线性系统平衡问题的数值方法，最早是由 Day 提出的，此后经过 Barnes 的研究工作<sup>[2]</sup>，将这一方法成功应用于索网及膜结构的找形中。动力松弛法的优点是计算稳定性好，收敛速度快，而且在迭代过程中不需要形成结构的总体刚度矩阵，因此特别适用于大型结构的计算。

动力松弛法的基本原理是，从空间和时间两方面将结构体系离散化。空间上的离散化是将结构体系离散为单元和结点，并假定其质量集中于结点上。如果在结点上施加激振力，结点将产生振动，由于阻尼的存在，振动将逐步减弱，最终达到静力平衡。时间上的离散化，是针对结点的振动过程而言的；具体说就是，先将初始状态的结点速度和位移设置为零，在激振力作用下，结点开始自由振动（假定系统阻尼为零），跟踪体系的动能，当体系的动能达到极值时，将结点速度设置为零；结构在新的位置重新开始自由振动，直到不平衡力极小，达到新的平衡。

## 3. 非线性有限元法 (Nonlinear Displacement Analysis Method)

Haug 和 Powell 在 1971 年首次将有限元技术应用到索膜结构的找形中，提出了一种基于 Newton-Raphson 非线性迭代的找形方法。此后，Argyris、Haber<sup>[3]</sup>等人在此基础上进一步发展，提出了一系列的改进方法。目前，有限元法已成为较普遍的索膜结构找形方法。

根据各种有限元法找形的起始点不同，可将该方法分为两大类，即从近似曲面开始迭代和从平面状态开始迭代。前者是指在找形之前先利用解析方法或某种数值拟合方法建立与所求解曲面近似的有限元模型，此时各控制点的坐标即为最终坐标；再在此基础上进行非线性有限元迭代，得到最终的初始平衡曲面。后者是指起始有限元模型为平面状态，此模型仅满足结构拓扑关系；在此基础上，利用非线性有限元程序，通过逐步改变控制点的坐标并进行平衡迭代，最终求得初始平衡曲面。显然，从近似曲面开始迭代找形要比从平面状态开始来得有效，且所选用的近似曲面越接近初始平衡状态，计算收敛速度越快；但近似曲面模型的建立要比平面模型复杂得多，对于复杂结构尤为如此。

由于膜结构找形问题是一个静力过程，且一般不考虑外荷载的作用，因此通过找形得到的初始平衡形状与材料力学特性（本构关系）无明显关系，即结构平衡状态仅与预张力的大小和分布以及支承点的位置有关。基于这一特性，在用有限元法找形时，可不必输入材料的真实本构。通常为了获得较均匀的膜面预张力分布，多采用小杨氏模量或者干脆略去刚度矩阵中的线性部分。

# 5. 膜结构的建筑功能要求

## 1. 膜面雨水的排放

膜结构建筑应有足够的坡度以妥善解决排水和积雪问题，以免引发重大工程事故。通常，膜面的坡度应不低于 10%。多数膜结构采用无组织排水方式，此时应注意雨水对墙面和地面的污染。利用建筑物自身的某些形状特点，可设置有组织排水。例如，对于某些倒伞形膜屋面，可以利用伞尖处的柱子兼作为排水管（如图 9a 所示）；对于某些与建筑物相连的膜结构，可以利用与建筑物连接处的低点喇叭口来搜集雨水，再通过落水管排到地面（如图 9b 所示）；鞍形膜可沿边索焊竖起的膜布或焊膜套并在其中穿塑料管，以抬高边缘从而将雨水引导到低点后通过排水管排至地面（如图 9c 所示）；对脊谷式膜结构，可在谷索部位的膜材连接处设置槽钢使雨水沿凹槽流出（如图 9d 所示）。

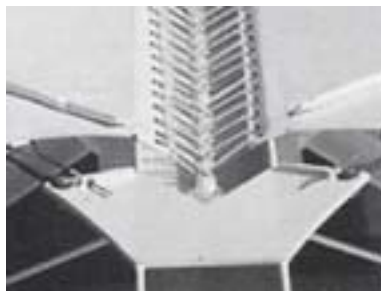


a. 倒伞形膜面利用相应的柱子兼作雨水管

b. 利用与建筑物连接处的低点喇叭口搜集雨水



c. 在边索处焊接软管来引导雨水



d. 使雨水沿谷索处的凹槽流出

图 9 几种有组织排水方式

## 2. 防火与防雷

PTFE 膜材是不可燃材料，PVC 膜材是阻燃材料。对于永久性膜建筑，宜选用不可燃类膜材。当采用阻燃类膜材时，应根据消防部门的要求采取适当措施。例如，应保证建筑物的顶棚与地板之间的距离在 8 米以上，并且避免膜材及其连接件与可能存在的火源接触。

建于建筑物顶层或空旷地段的膜结构要采取防雷措施。图 10 为一种防雷构造。

## 3. 采光

膜材的透光性较好，如 PTFE 膜材的透光率约为 8-18%，PVC 膜材的透光率约为 6-13%，TENARA 膜材和 ETFE 膜材的透光率更高。在阳光的照射下，由于漫散射的作用，建筑物内部明亮，在白天通常不需要照明。这一特点使得膜结构特别适用于体育设施、展览厅和天井等对采光要求较高的建筑物。

当采用内部照明时，灯具与膜面应保持适当距离，以防止灯具散发出的热量将膜面烤焦，参见图 11。



图 10 一种防雷构造



图 11 灯具与膜面过近导致膜面烤焦

## 4. 声学问题

膜结构的声学问题包括对内部声音的反射和对外部噪声的屏蔽两方面。膜材织物对声波振动具有很强的反射性，这种反射性会使音乐演出的声音变得恶劣并使人很难听清讲话的内容。对于某些具有内凹面的建筑，如充气膜结构或拱支式膜结构，顶棚会使声波反射汇集。声波在穿过织物时的衰减也是需要考虑的，通

常单层膜的隔音性能仅在 10dB 左右。

在膜内加装轻质、多孔的织物衬垫，可以有效地减弱声波的反射并增加声波传播的衰减。但这样处理会影响到建筑物的采光和防火性能。另一种方法是在膜结构顶棚上每隔一段距离悬挂一些标牌，以增加对声波的吸收，并改变顶棚的曲线造型从而改变反射方向。

### 5. 隔热、保温与通风

膜结构建筑的保温隔热性能较差，目前广泛采用的膜材还不能很好地隔绝外部温度的影响。单层膜材的保温性能大致相当于夹层玻璃，故仅适用于敞开式建筑或气候较温和的地区。当建筑物的保温性能有较高要求时，可采用双层或多层膜构造。一般两层膜之间留有 25 ~ 30cm 左右的空气隔层。

当采用双层膜构造时，透光性将明显降低（PVC 或 PTFE 双层膜的透光率在 4% ~ 8% 左右）。双层膜还应注意解决内部结露问题。当用于游泳池、植物园等内部湿度较大的建筑时，湿空气接触膜内表面易产生结露。此时，可采取对室内通风、安装冷凝水排出口或安装空气循环系统等措施。伞形膜结构的顶部宜做成通风口，并在必要时安装动力循环装置，以改善室内的空气环境，如图 12 所示。



图 12 伞形膜结构的顶部通风口

### 6. 与环境的协调

膜结构与周围环境的协调除了要在建设场地、膜的造型、膜材料的选择（色彩、质地）等方面加以考虑外，在细部处理上也要考虑与环境的结合与协调。图 13 为一小型室外餐厅的膜结构，工程巧妙地利用了膜面开洞的方法来保留既有树木。图 14 是一个利用花盆兼作小型伞膜结构柱下基础的例子。



图 13 利用在膜面开洞保留树木



图 14 利用花盆兼作基础

## 6. 结语

本文探讨了膜结构“形”与“力”的关系、基本外形，形状确定的基本原则及其方法；设计膜结构时在排水、防火与防雷、采光、隔音、隔热与保温等建筑功能方面应考虑的内容及其做法。据此可进行膜结构设计中方方案明确阶段的工作。



参考文献

- [1] H.J.Schek, The force density method for form-finding and computation of general network, Comp. Meth. in Appl. Mech. and Engr., 1974(13): 115-134
- [2] M.R. Barnes, Applications of dynamic relaxation to design and analysis of cable, membrane and pneumatic structures, 2<sup>nd</sup> Int. Conf. on Space Structures, 1975
- [3] R. B. Haber and J. F. Abel. Initial Equilibrium Solution Methods for Cable Reinforced Membranes. Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg. 1982, (30): 263-306